从量子力学到量子决策

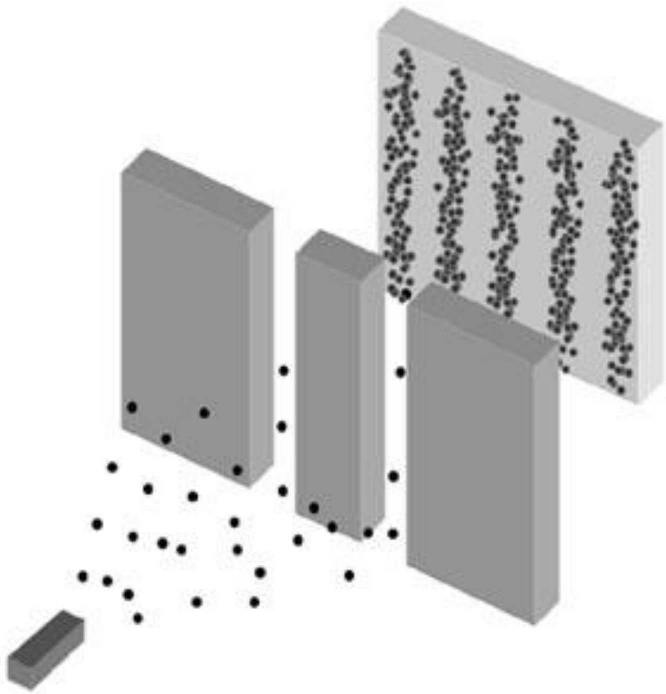
Jake

集智俱乐部“量子决策”理论读书会1
2011-12-25

什么是量子力学？

- 科普读物的误导
  - 量子性=离散性
  - 量子性=不确定性
- 量子力学是什么？
  - 一套新的概率法则
  - 描述一类新的不确定性
- 什么是量子力学的基础？
  - 线性代数——介于离散与连续之间

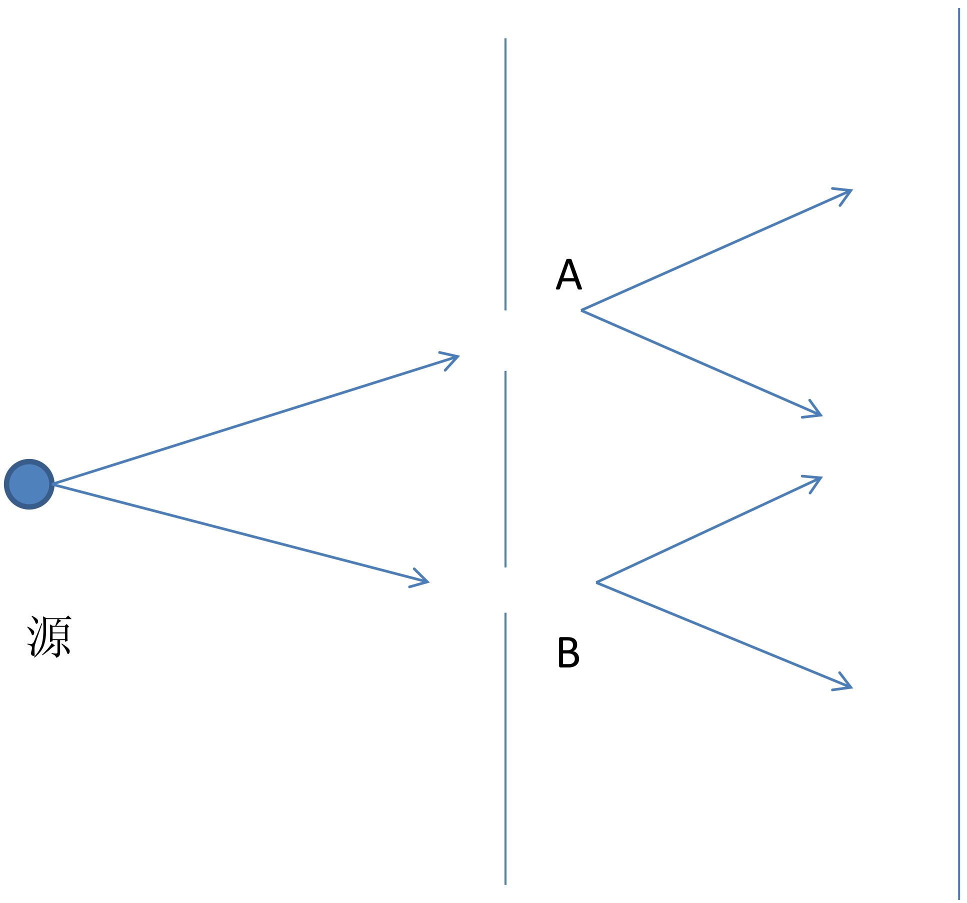
一个经典的物理实验



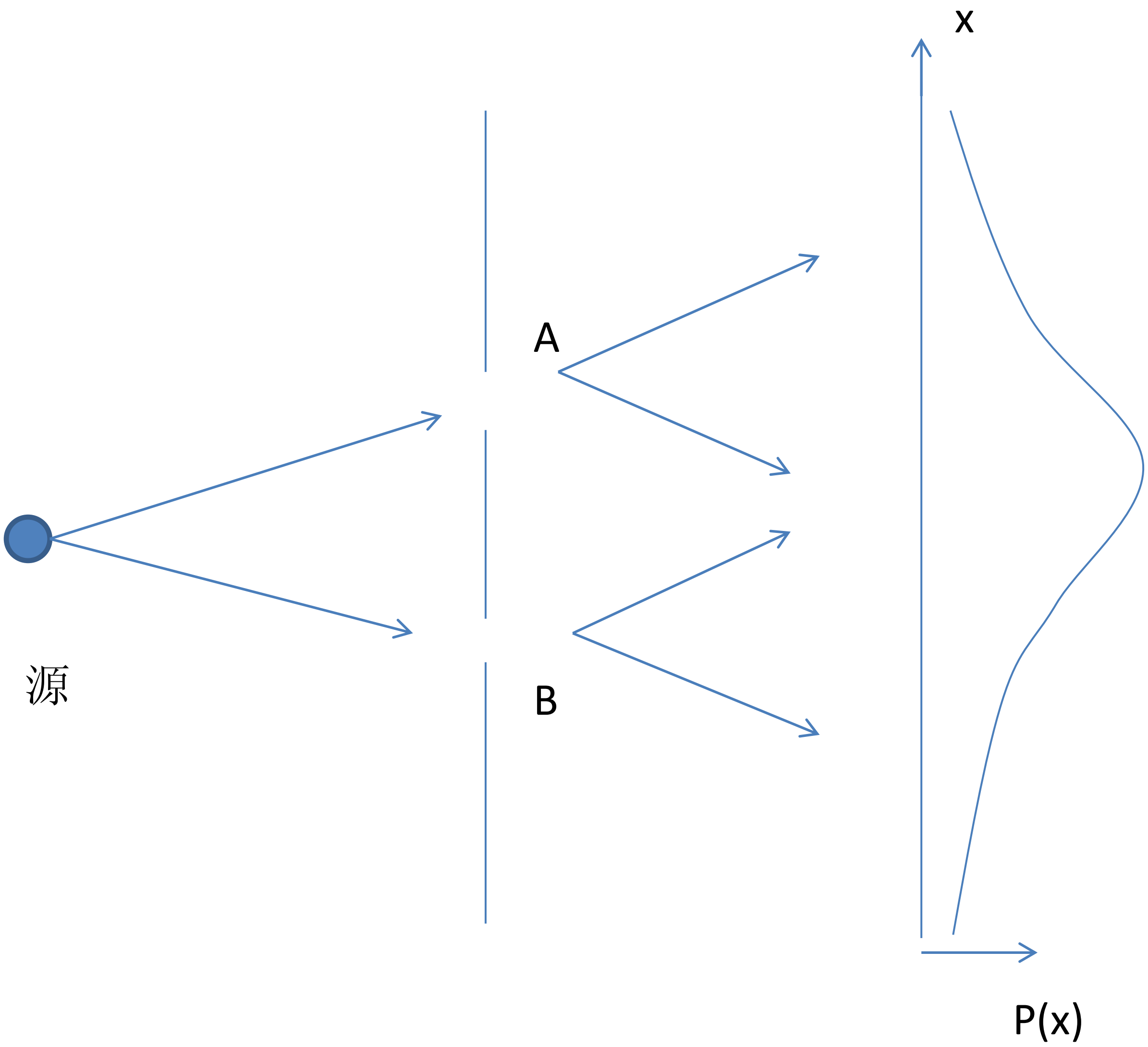
杨式双缝干涉实验

- 经典小球的双缝实验
- 电磁波的双缝实验
- 电子的双缝实验

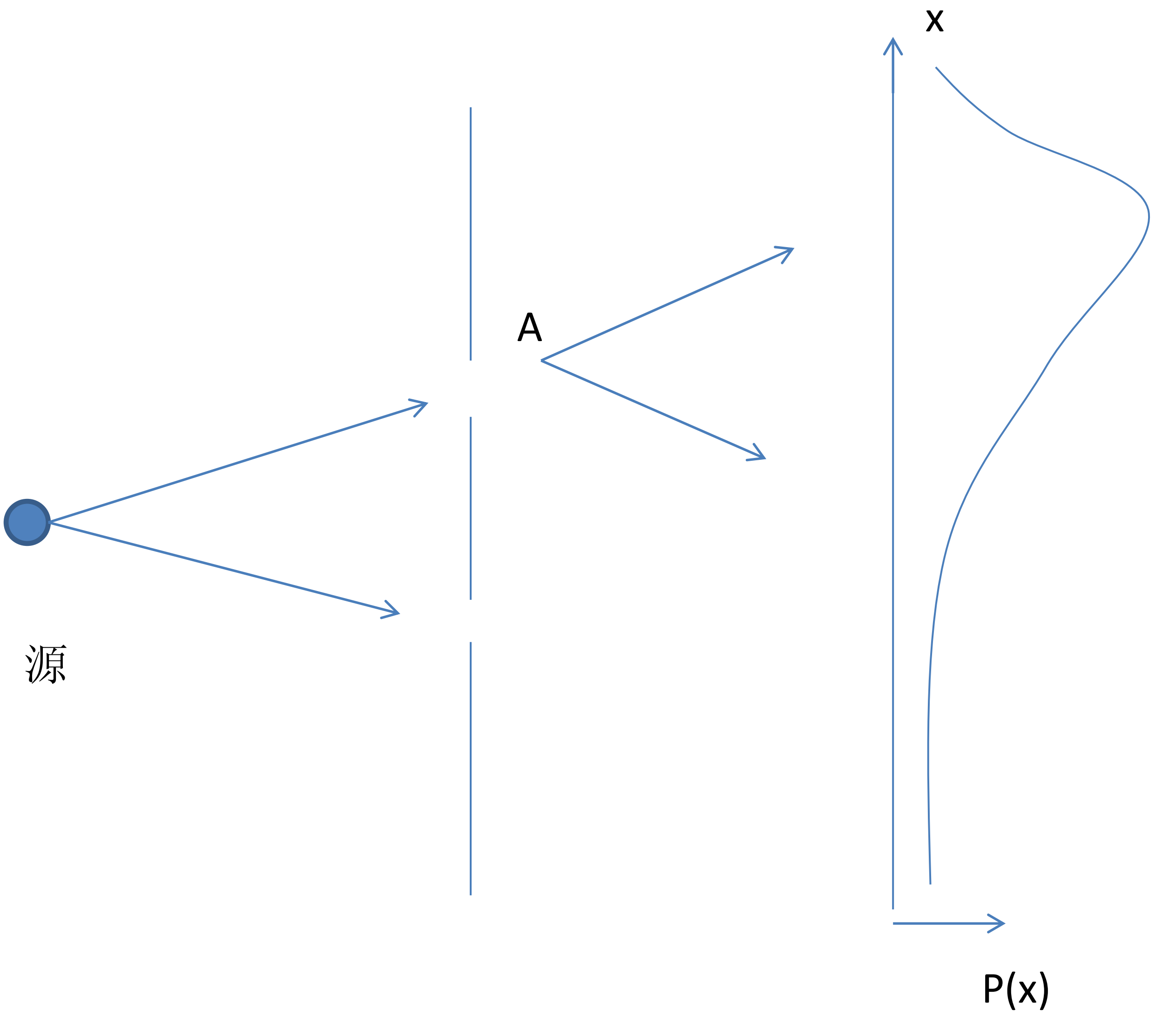
经典小球



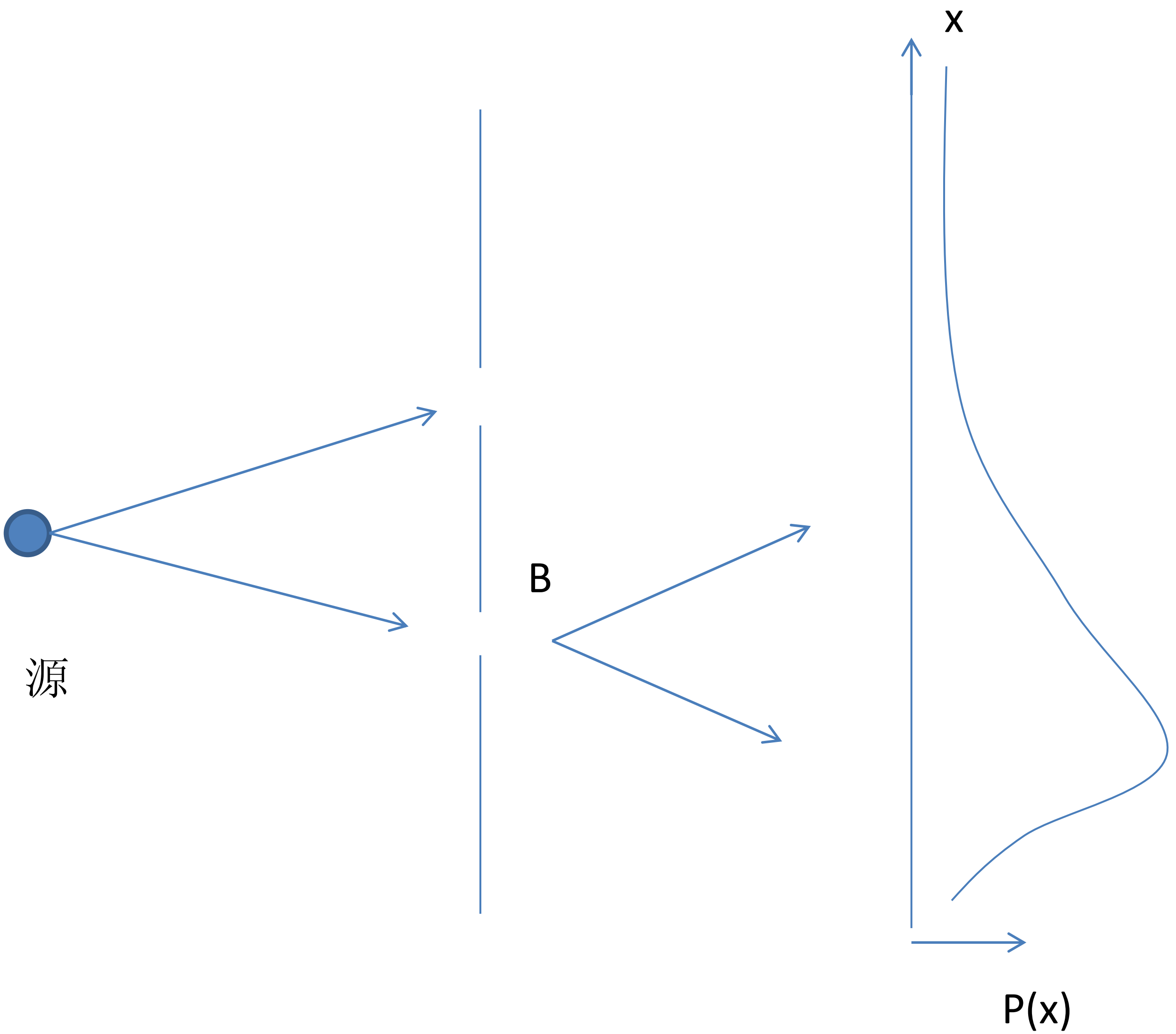
经典小球



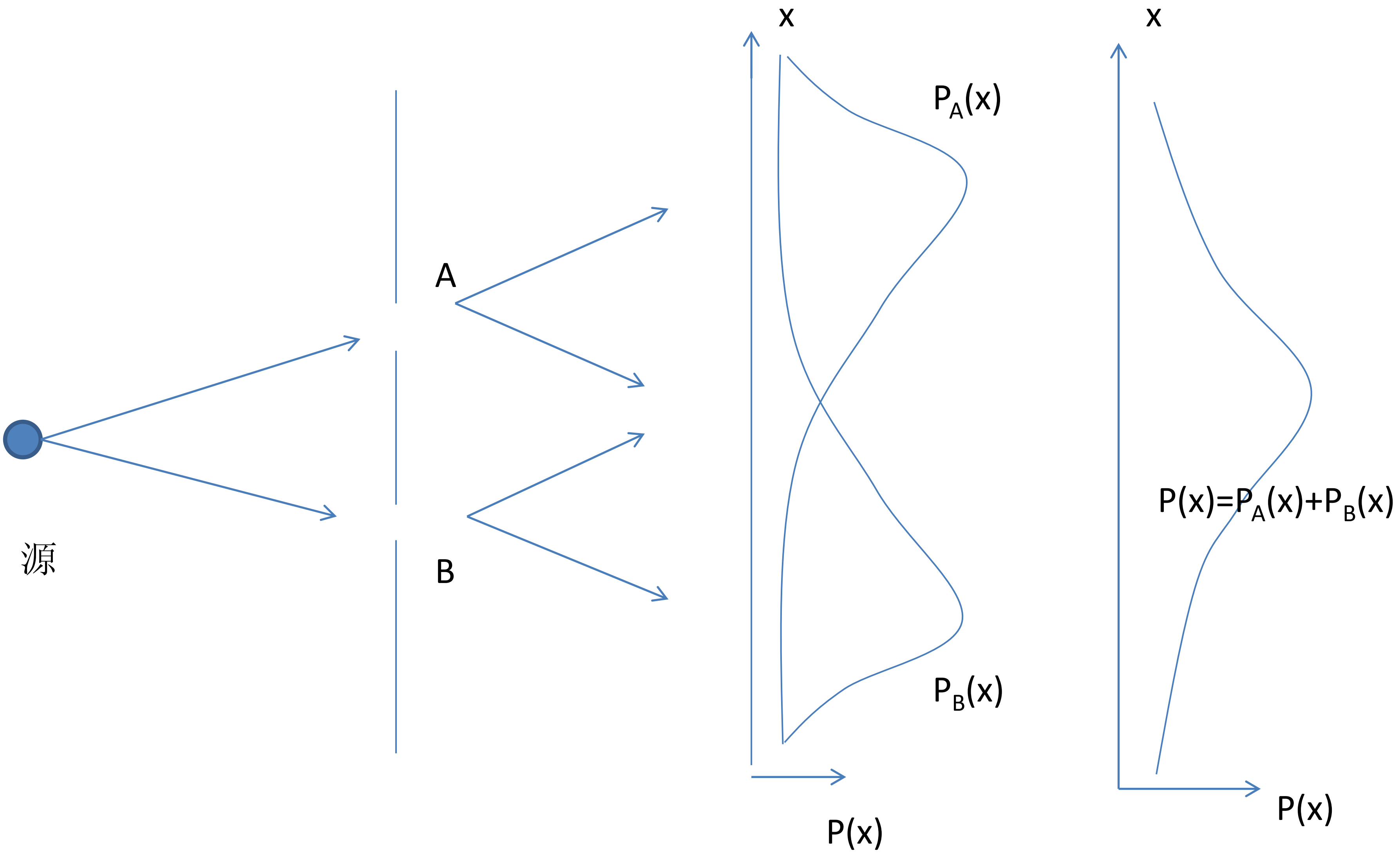
经典小球



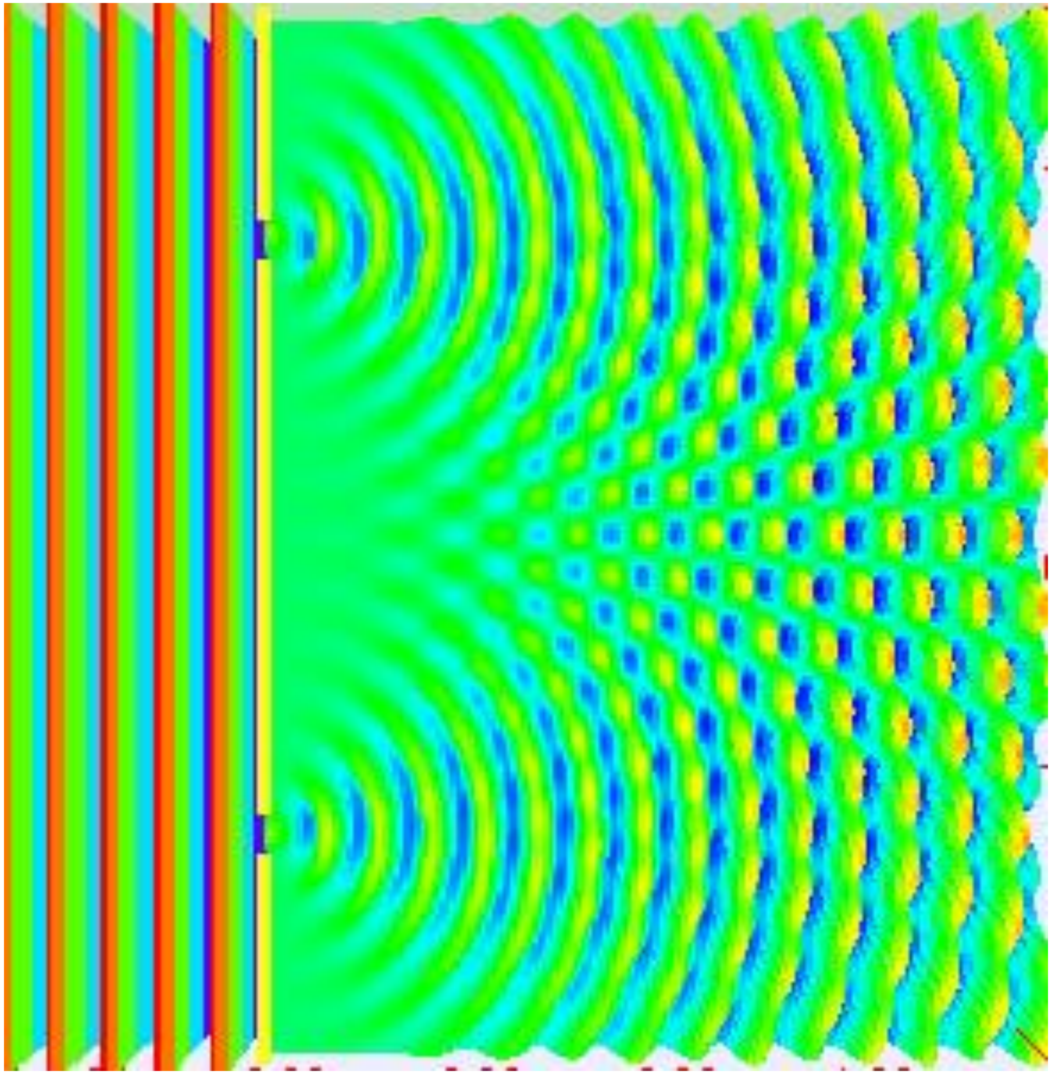
经典小球



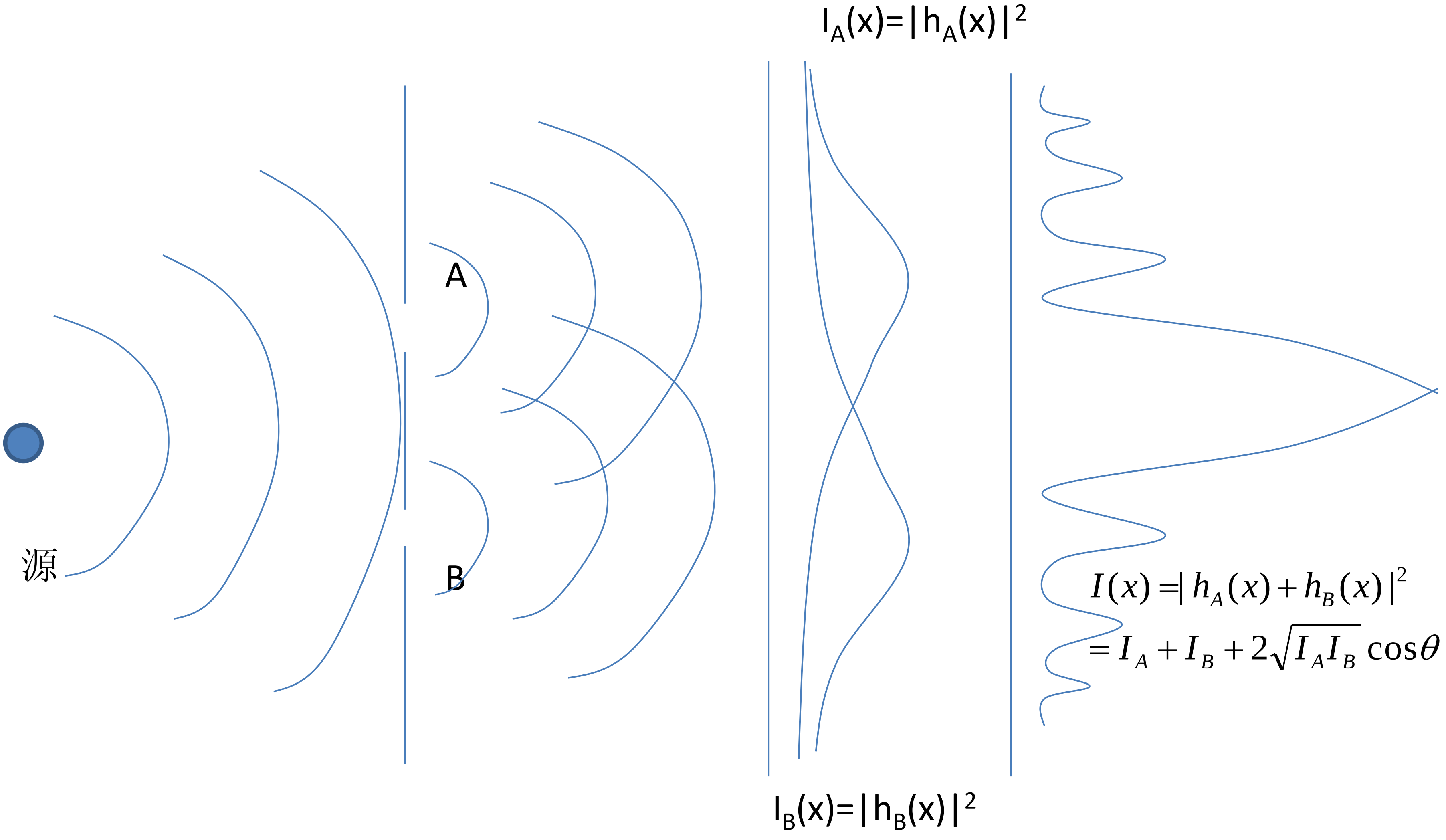
经典小球



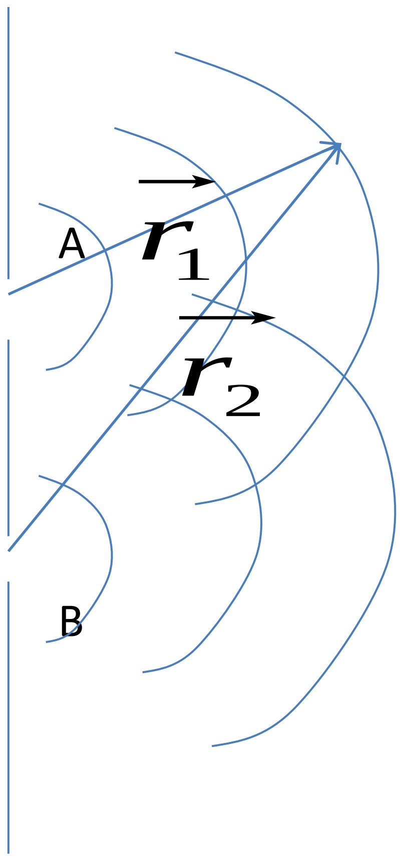
经典水波



经典水波



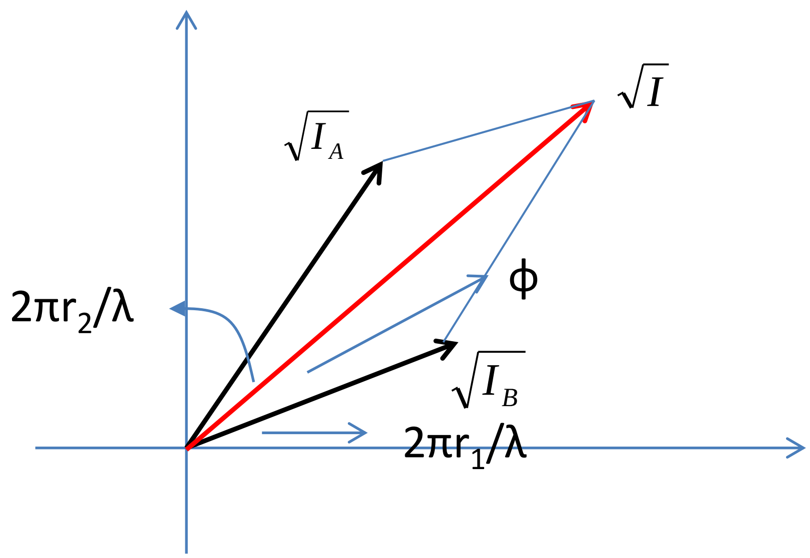
经典水波计算



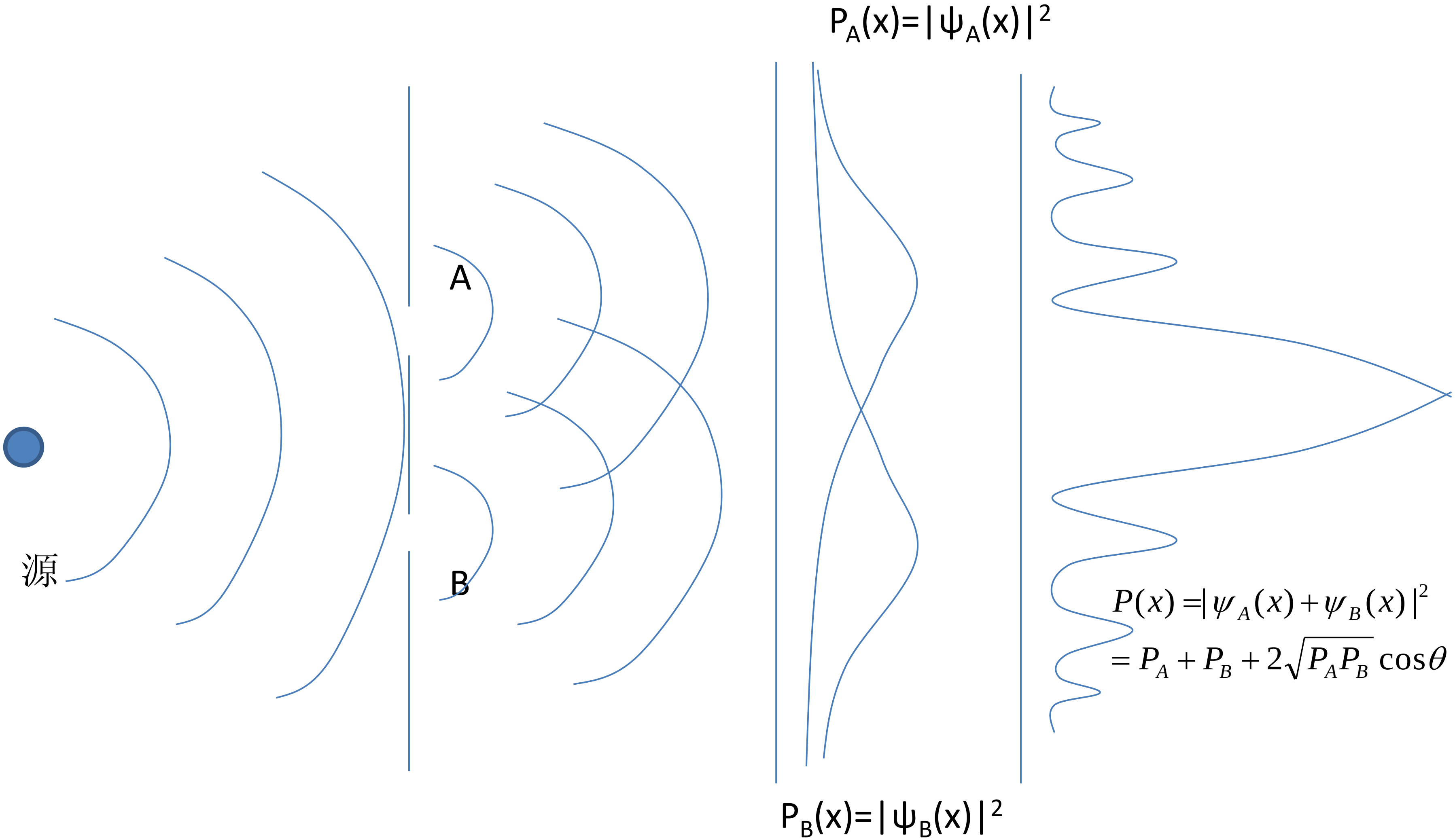
$$h(x,t) = \sqrt{I_A}\cos(\omega t + \frac{2\pi r_1}{\lambda}) + \sqrt{I_B}\cos(\omega t + \frac{2\pi r_2}{\lambda})$$

$$= \sqrt{I}\cos(\omega t + \phi)$$

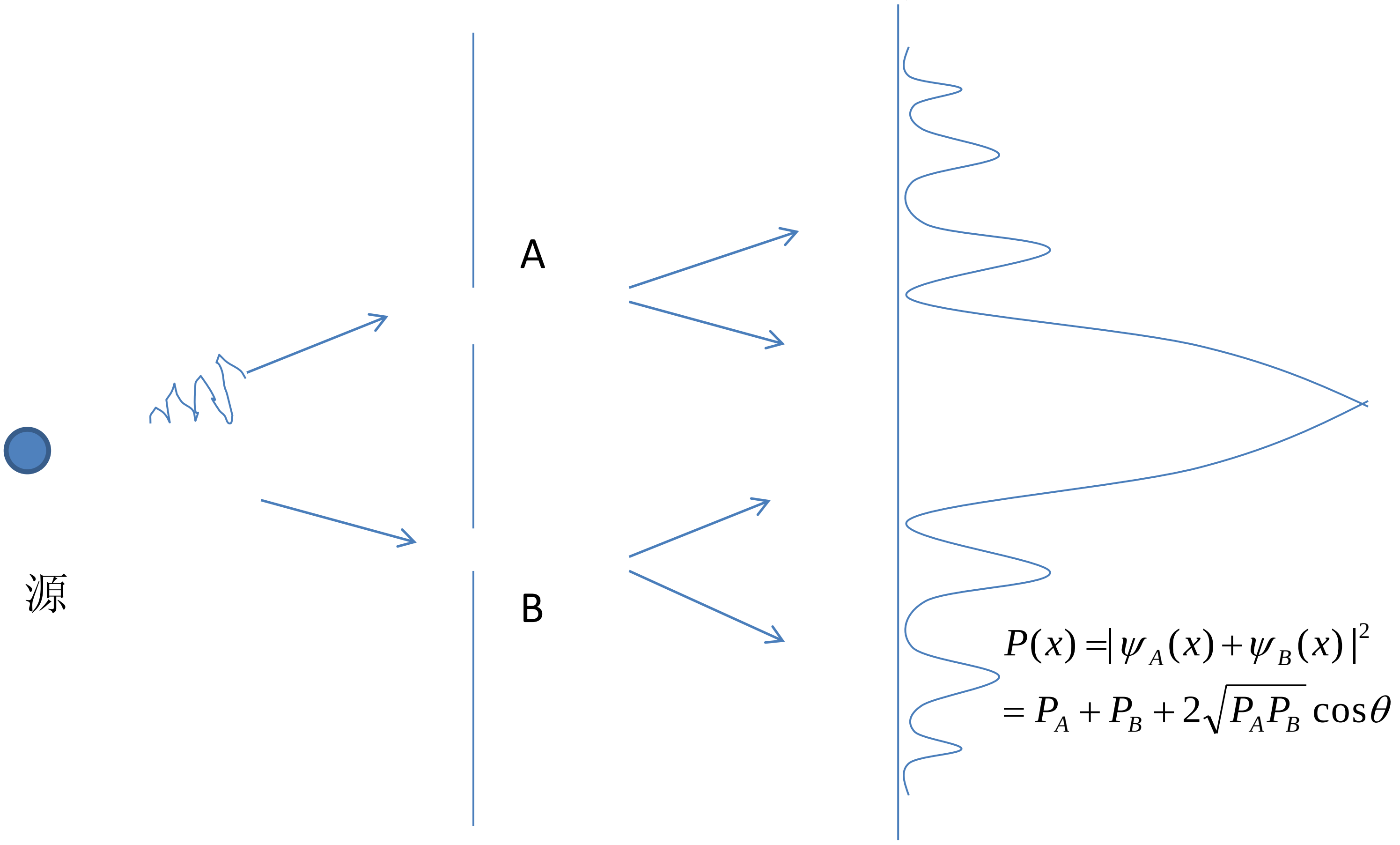
$$I = I_A + I_B + 2\sqrt{I_A I_B}\cos\left(2\pi\frac{r_1 - r_2}{\lambda}\right) = I_A + I_B + 2\sqrt{I_A I_B}\cos\theta$$



电子波


$P_A(x)=|\psi_A(x)|^2$
A
B
源
$P(x)=|\psi_A(x)+\psi_B(x)|^2$
$=P_A+P_B+2\sqrt{P_AP_B}\cos\theta$
$P_B(x)=|\psi_B(x)|^2$

困难何在？



- 对于单个电子,它究竟经过了A缝还是B缝？
- 问题的难点在于每个电子的两种选择方案之间会相互影响
- 一种新的概率法则：量子概率

量子如何破坏经典概率法则?

- 问题并不出在对电子的单次测量
  - $P_A(X)=|\psi_A(x)|^2$
  - $P_B(X)=|\psi_B(x)|^2$
  - $P(X)=|\psi_A(x)+\psi_B(x)|^2$
- 而是在于两次测量的概率运算的叠加
  - 在经典概率中：$P(x)=P_A(x)+P_B(x)$
  - 在量子概率中：$P(x)=P_A(x)+P_B(x)+2\mathrm{Sqrt}(P_A P_B)\cos\theta$

参考资料： **Jerome R. Busemeyer**教授的讲稿

量子决策

人类认知是量子信息系统吗？

- 认知测量创造了而不是记录了心理状态
  - 你对被试的测量（发问）创造了某种心理状态，而不是获得它原有的特定状态
- 认知系统行为更像波而非粒子
  - 决策过程中的左右摇摆
- 两次或者多次测量之间会发生相互影响，创造不确定性
  - 你的邻居怎么样？还不错；他的猫上次闹春是什么时候？2月前；你的邻居怎么样？很不好。

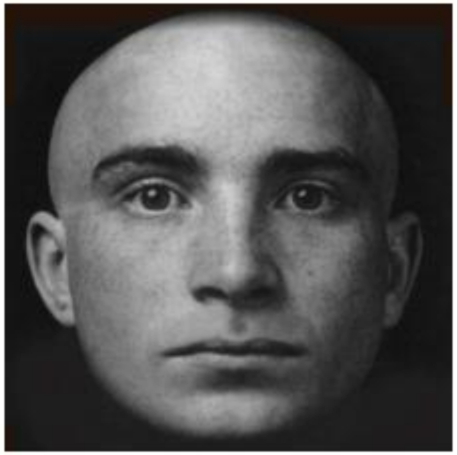
一个认知系统的类双缝实验

- 从Townsend等人(2000)发明的经典信息处理模式改进以后
- Jerome R. Busemeyer等人用这种实验研究人类决策行为中的干涉现象
- Wang Feng (2007)执行了这次实验

一个认知系统的类双缝实验

- 基本任务
  - 1、分类：“好人(Good Guy)”、“坏人(Bad Guy)”
  - 2、决策：对他“友好(Friendly)”还是“不友好(Aggressive)”

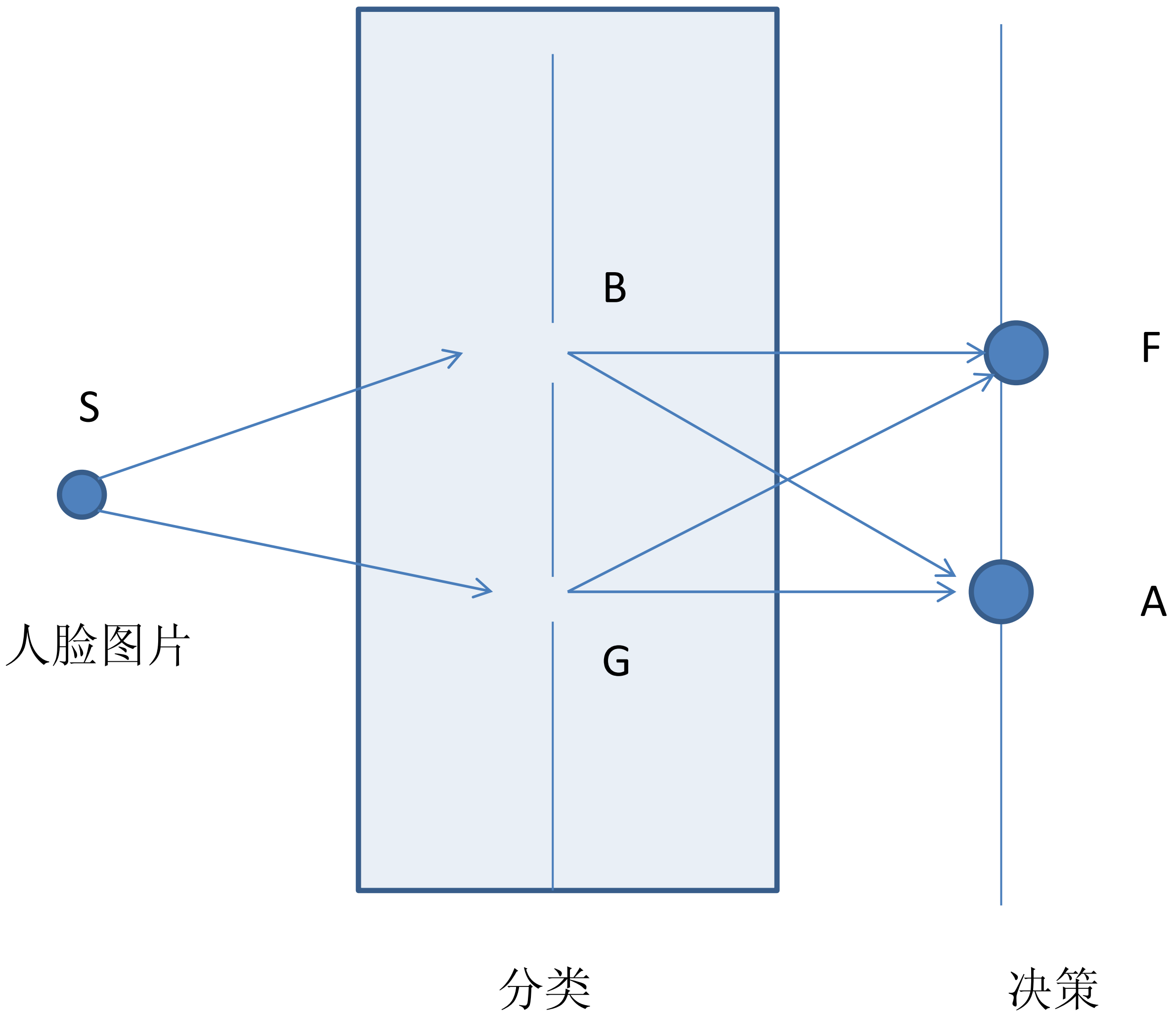


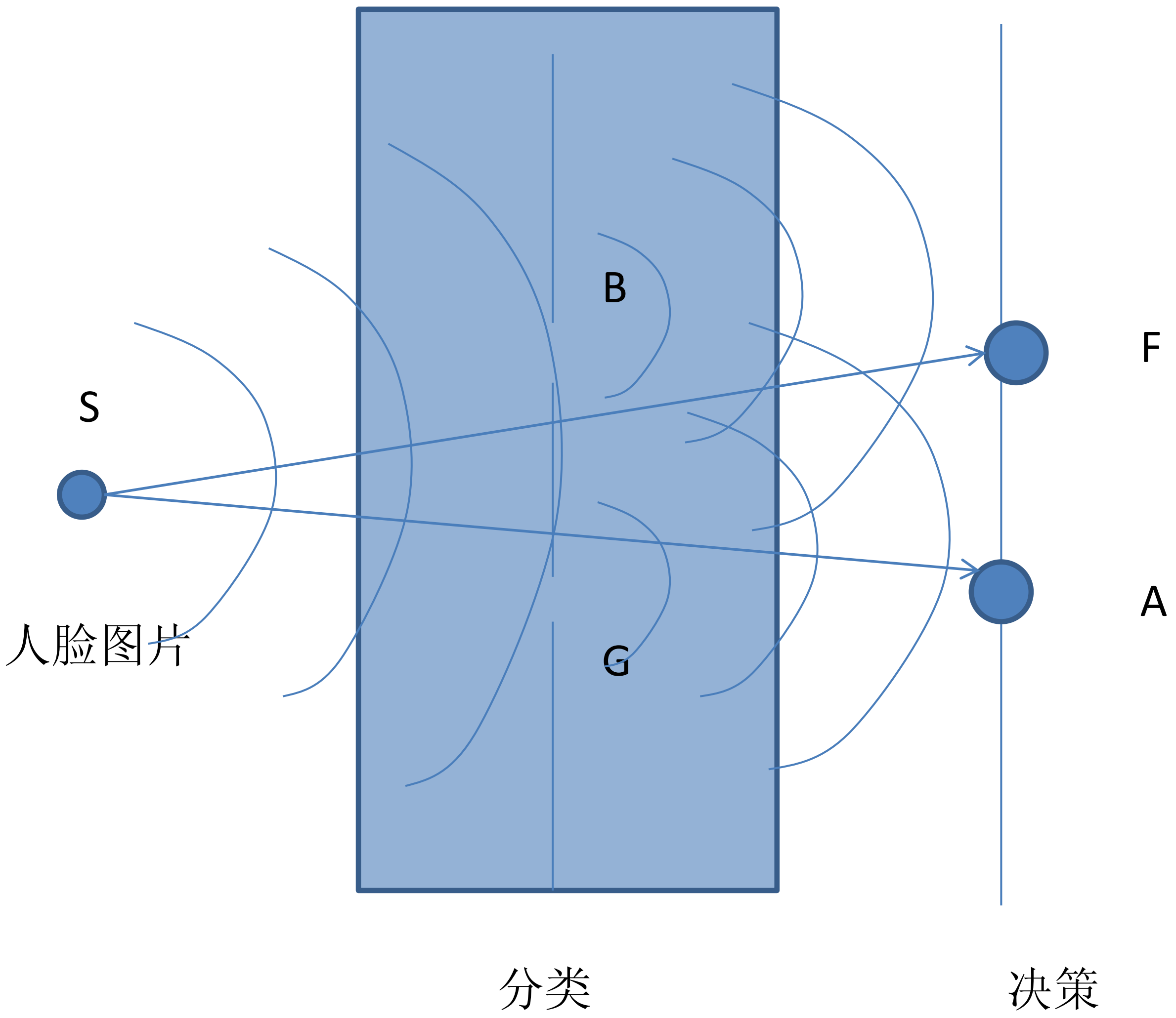
一个认知系统的类双缝实验

- 两组条件
  - 1、进行“友好”还是“不友好”的直接决策，不让被试汇报分类的情况。
  - 2、在分类之后再进行决策。

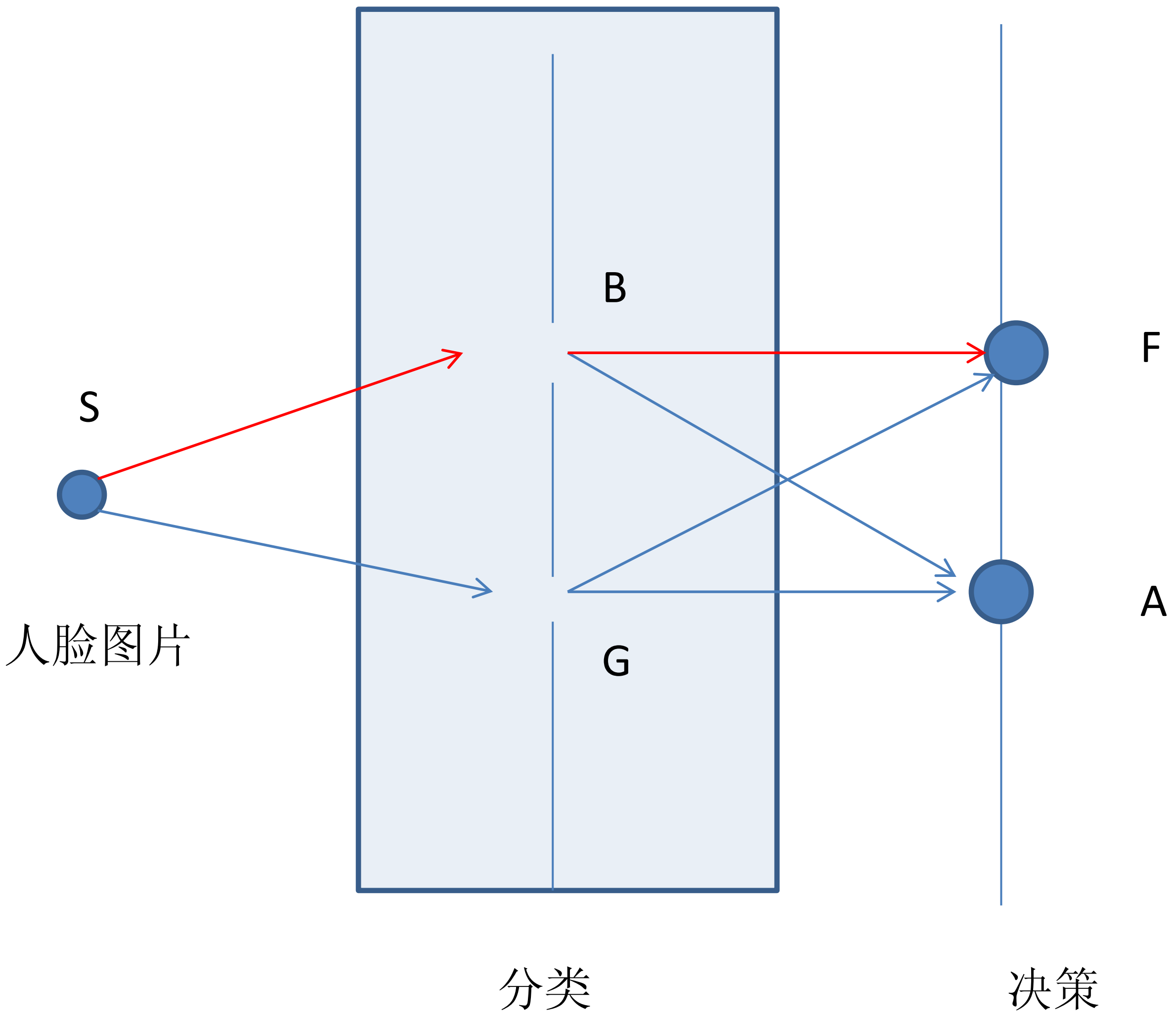
类双缝实验---条件2



类双缝实验---条件1

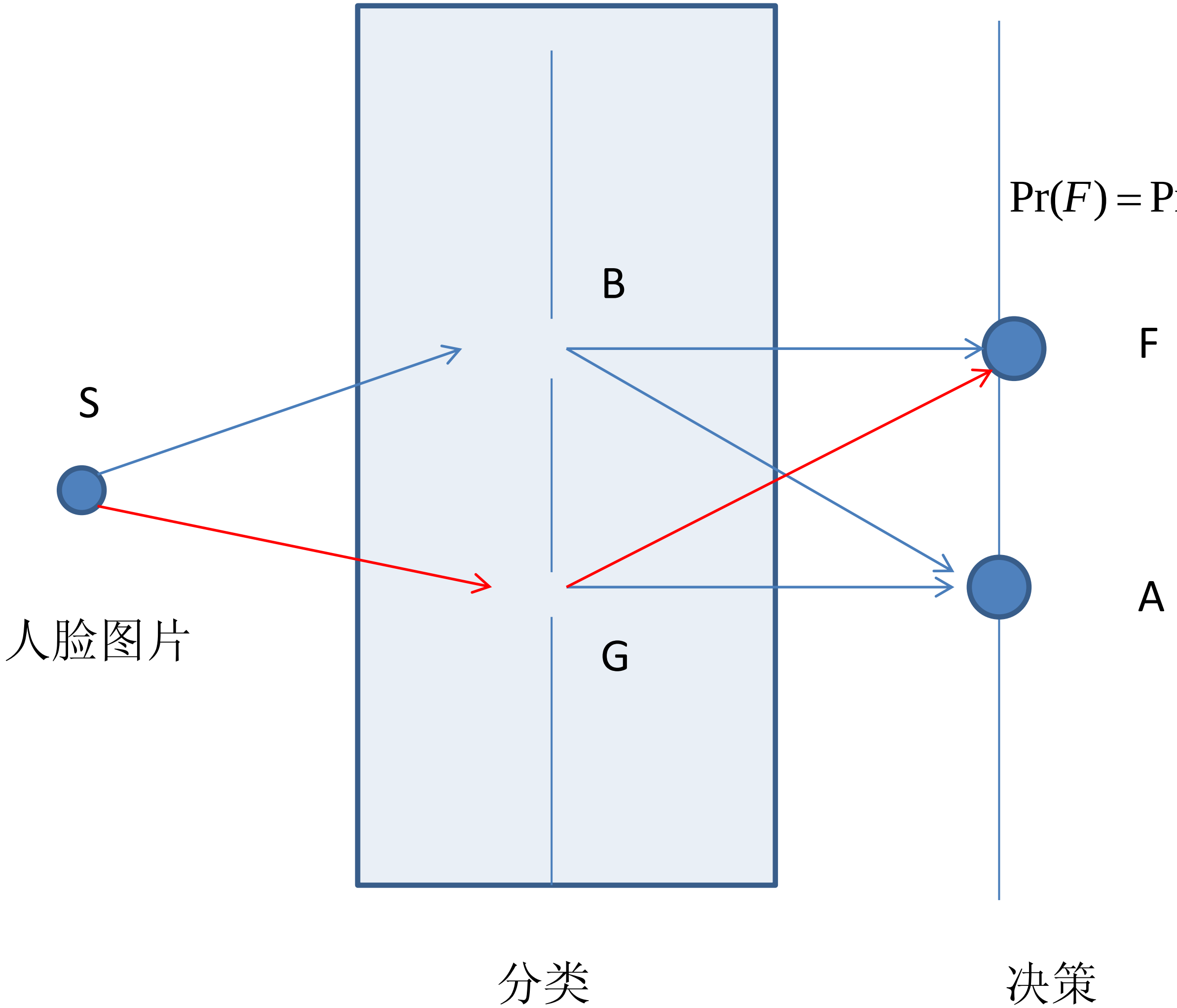


类双缝实验---经典概率分析



$$\Pr(B \mid S)\Pr(F \mid B)$$

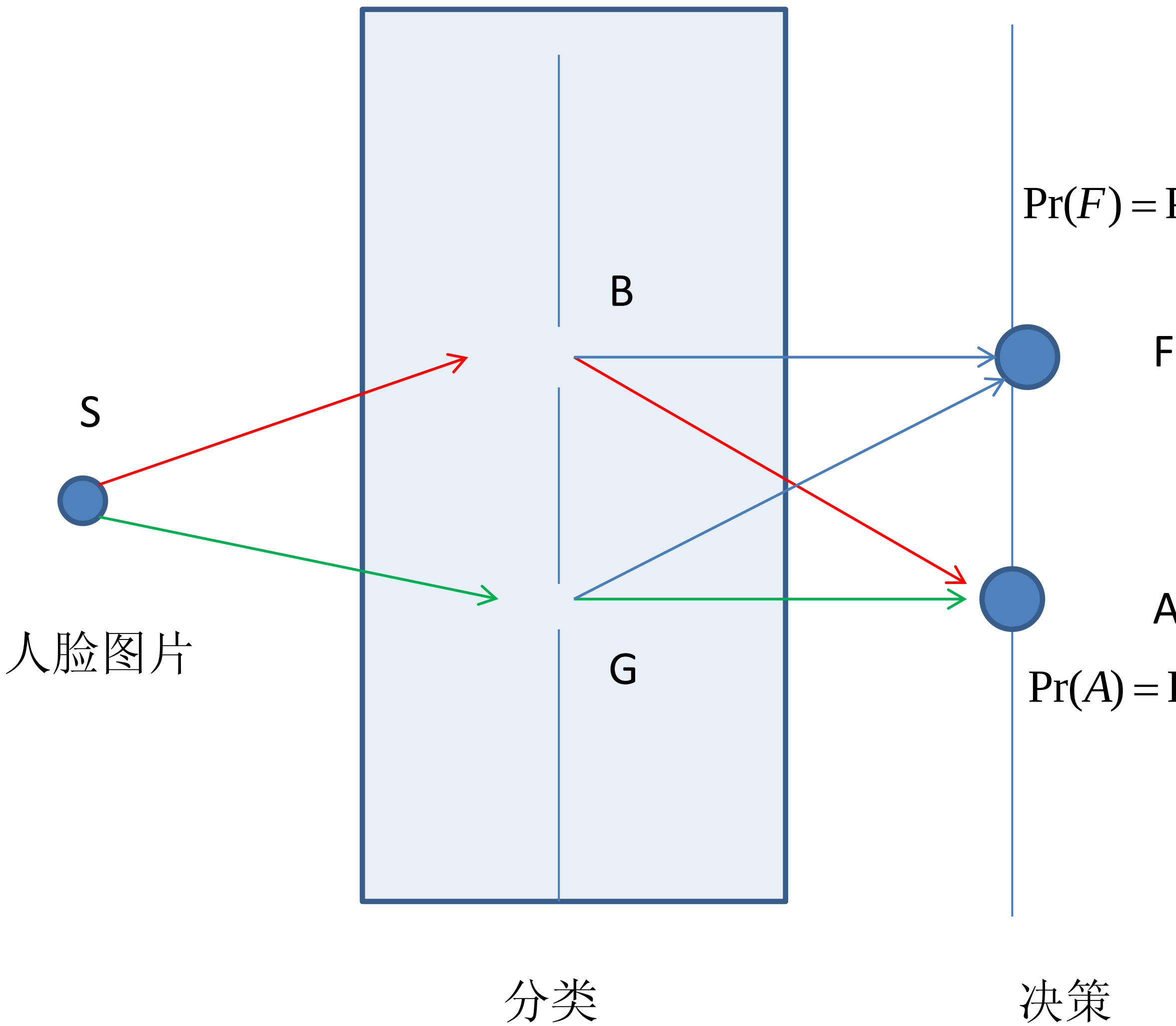
类双缝实验---经典概率分析



全概率公式

$$\Pr(F) = \Pr(B|S)\Pr(F|B) + \Pr(G|S)\Pr(F|G)$$

类双缝实验---经典概率分析



$$\Pr(F) = \Pr(B \mid S)\Pr(F \mid B) + \Pr(G \mid S)\Pr(F \mid G)$$

$$\Pr(A) = \Pr(B \mid S)\Pr(A \mid B) + \Pr(G \mid S)\Pr(A \mid G)$$

实验事实

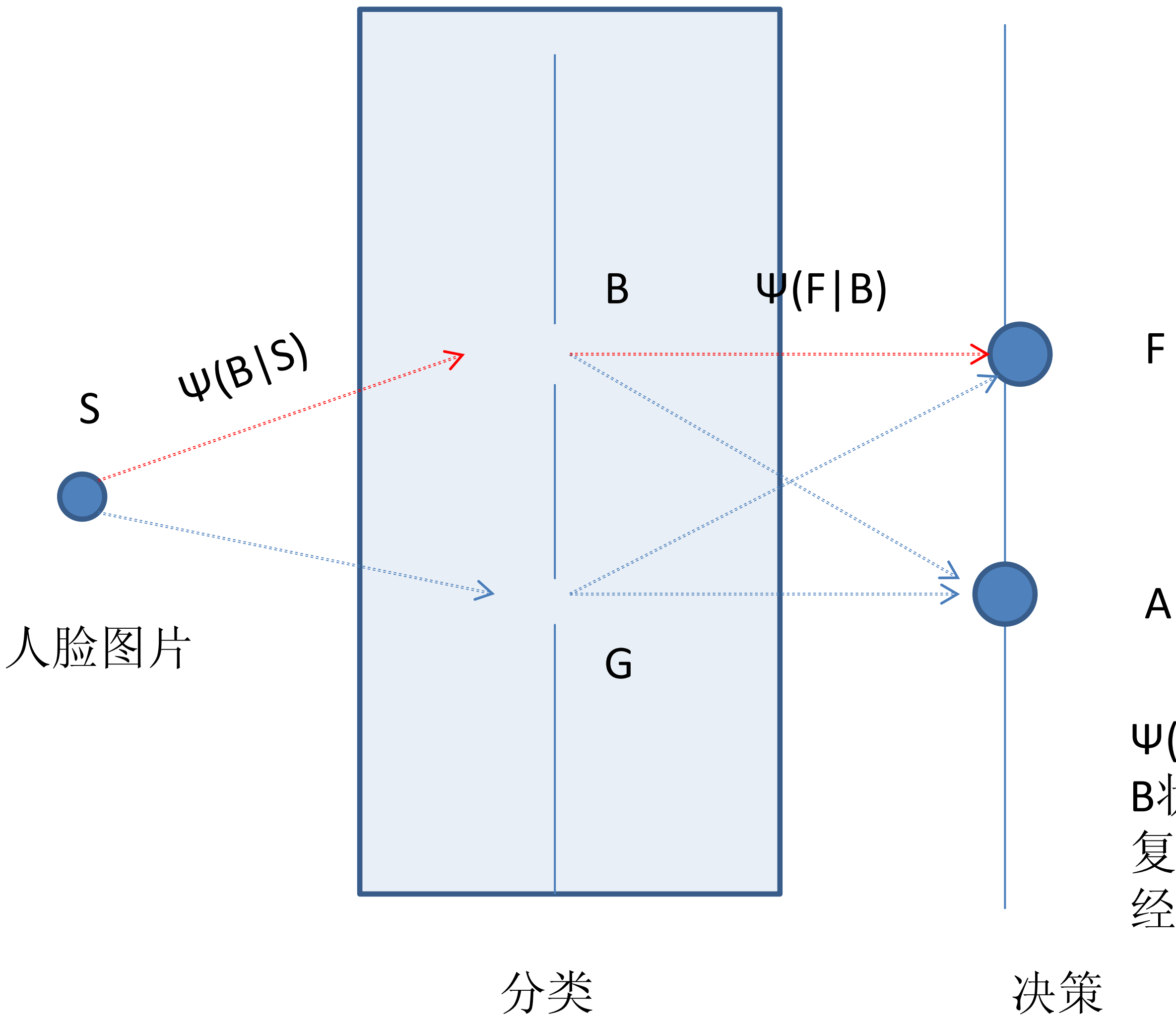
- Wang(2007)的实验：
  - 26名被试
  - 对于每名被试，在每种条件下进行51次试验(Trial)
  - 因此，在每种条件下，都有51*26=1326组观测数据

实验结果

- 条件1：没有“好人”“坏人”的分类
  - Pr(A)=0.69
- 条件2：在分类之后
  - Pr(G|S)=0.17, Pr(A|G)=0.42, Pr(B|S)=0.83, Pr(A|B)=0.63
  - 根据全概率公式：
  - Pr(A)=Pr(G|S)Pr(A|G)+Pr(B|S)Pr(A|B)=0.59

$$\Pr(A) \neq \Pr(G|S)\Pr(A|G) + \Pr(B|S)\Pr(A|B)$$

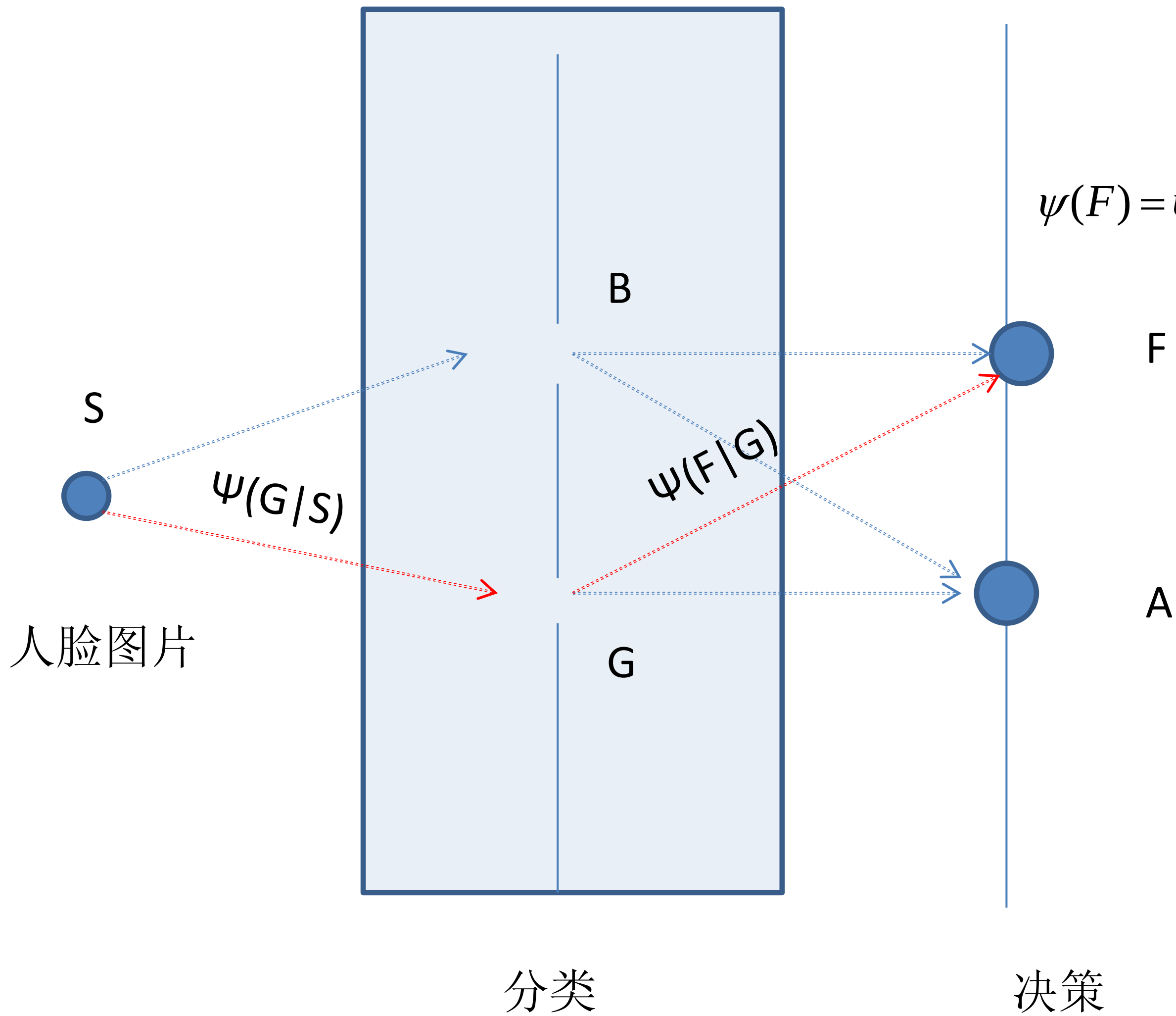
量子概率分析——条件1



$$\psi(B|S)\psi(F|B)$$

Ψ(B|S)表示在S条件下转移到B状态的概率幅，它是一个复数，概率幅的运算法则与经典概率相同

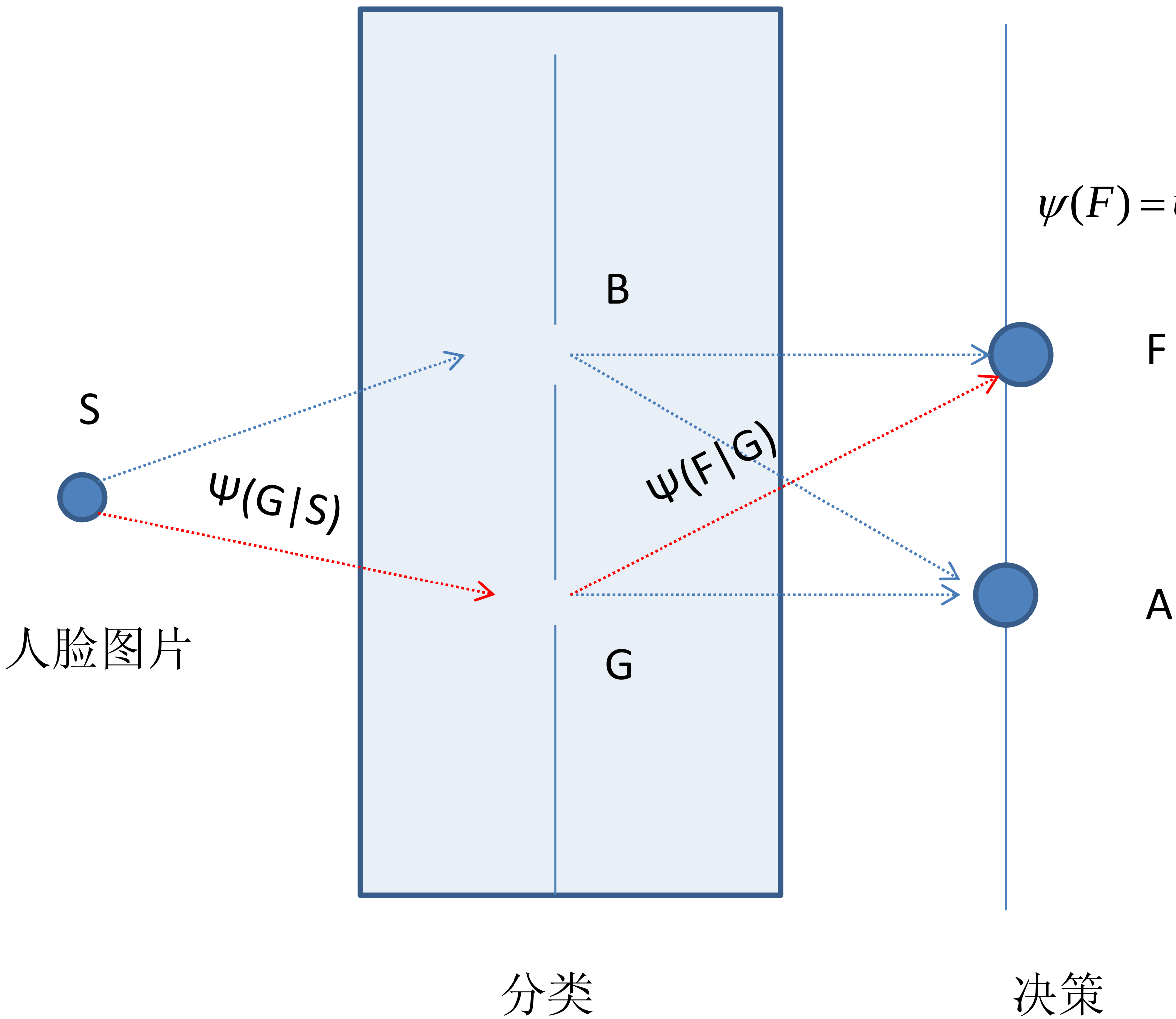
量子概率分析——条件1



概率幅的叠加

$$\psi(F)=\psi(B|S)\psi(F|B)+\psi(G|S)\psi(F|G)$$

量子概率分析——条件1

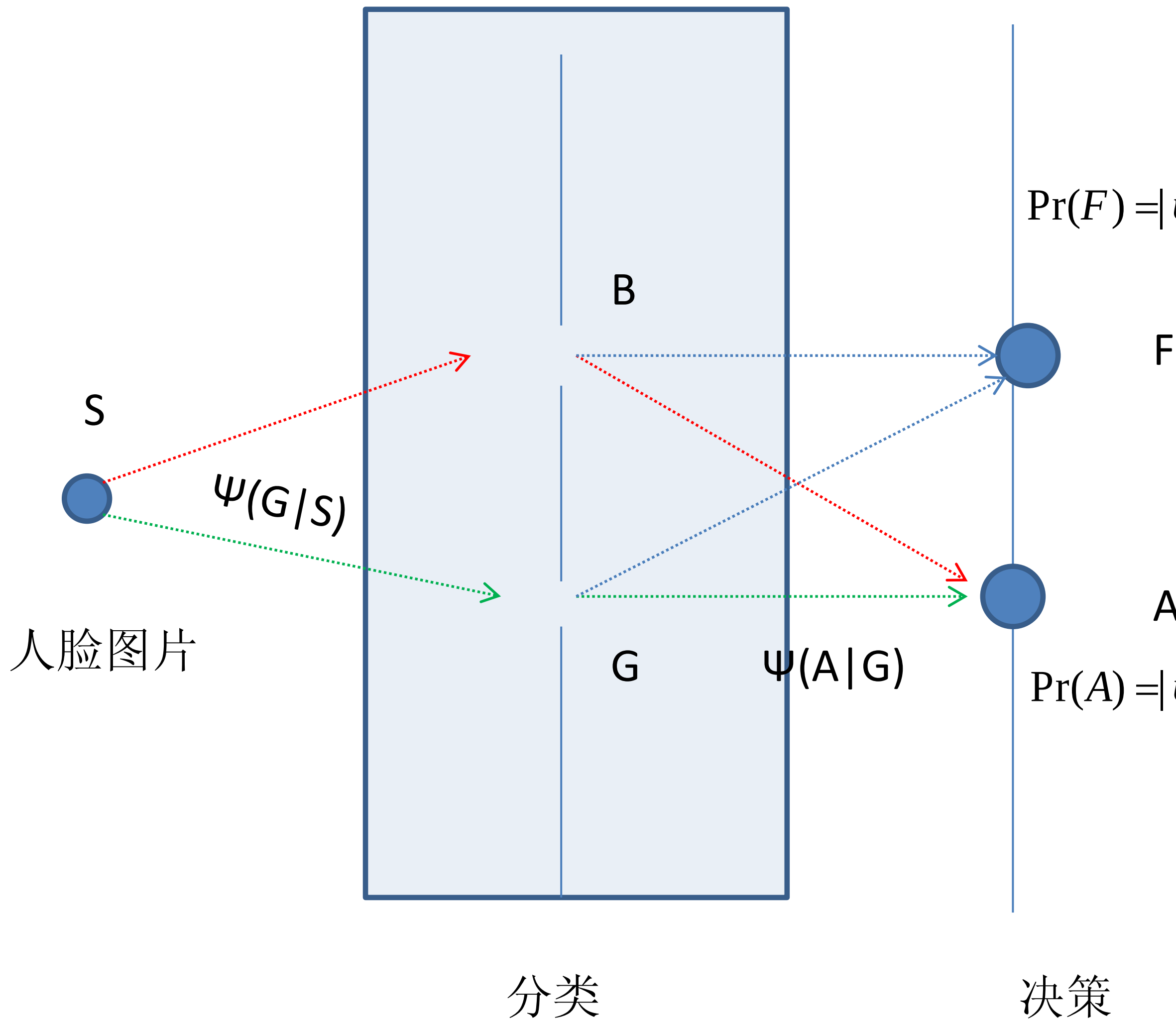


从概率幅到概率的塌缩

$$\psi(F)=\psi(B|S)\psi(F|B)+\psi(G|S)\psi(F|G)$$

$$\Pr(F)=|\psi(F)|^2$$

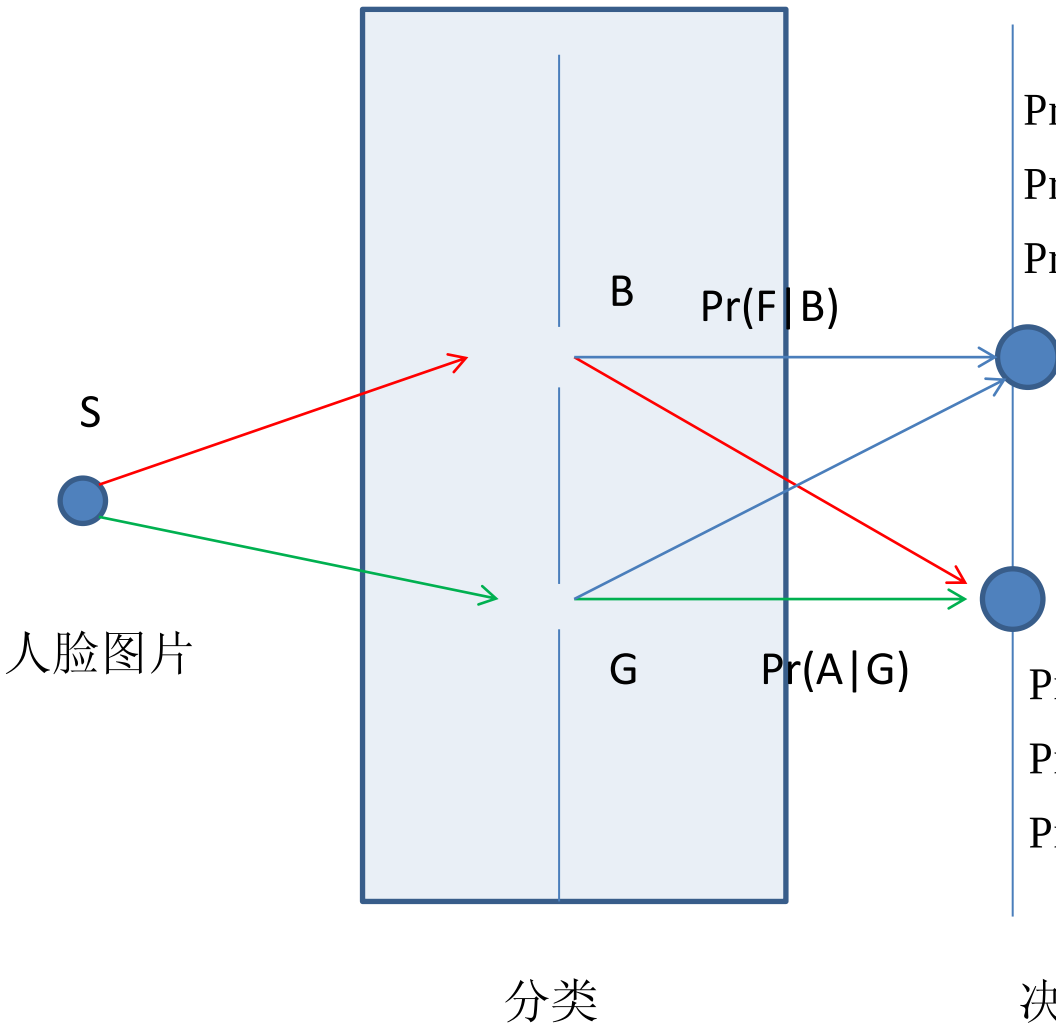
量子概率分析——条件1



$$\Pr(F) = |\psi(B|S)\psi(F|B) + \psi(G|S)\psi(F|G)|^2$$

$$\Pr(A) = |\psi(B|S)\psi(A|B) + \psi(G|S)\psi(A|G)|^2$$

量子概率分析——条件2



$$\Pr(F)=\Pr(B|S)\Pr(F|B)+\Pr(G|S)\Pr(F|G)$$

$$\Pr(B|S)=|\psi(B|S)|^2,\Pr(F|B)=|\psi(F|B)|^2$$

$$\Pr(G|S)=|\psi(G|S)|^2,\Pr(F|G)=|\psi(F|G)|^2$$

$$\Pr(A)=\Pr(B|S)\Pr(A|B)+\Pr(G|S)\Pr(A|G)$$

$$\Pr(B|S)=|\psi(B|S)|^2,\Pr(A|B)=|\psi(A|B)|^2$$

$$\Pr(G|S)=|\psi(G|S)|^2,\Pr(A|G)=|\psi(A|G)|^2$$

量子概率运算

$$\Pr(A) = |\psi(B|S)\psi(A|B) + \psi(G|S)\psi(A|G)|^2$$

$$= \left(\psi_{B|S}\psi_{A|B} + \psi_{G|S}\psi_{A|G}\right)\left(\psi_{B|S}\psi_{A|B} + \psi_{G|S}\psi_{A|G}\right)^*$$

$$= \left(\psi_{B|S}\psi_{A|B} + \psi_{G|S}\psi_{A|G}\right)\left(\psi^*_{B|S}\psi^*_{A|B} + \psi^*_{G|S}\psi^*_{A|G}\right)$$

$$= \psi_{B|S}\psi_{A|B}\psi^*_{B|S}\psi^*_{A|B} + \psi_{B|S}\psi_{A|B}\psi^*_{G|S}\psi^*_{A|G} + \psi_{G|S}\psi_{A|G}\psi^*_{B|S}\psi^*_{A|B} + \psi_{G|S}\psi_{A|G}\psi^*_{G|S}\psi^*_{A|G}$$

$$= \left|\psi_{B|S}\right|^2\left|\psi_{A|B}\right|^2 + \psi_{B|S}\psi_{A|B}\psi^*_{G|S}\psi^*_{A|G} + \psi_{G|S}\psi_{A|G}\psi^*_{B|S}\psi^*_{A|B} + \left|\psi_{G|S}\right|^2\left|\psi_{A|G}\right|^2$$

$$= \Pr(B|S)\Pr(A|B) + \Pr(G|S)\Pr(A|G) + Int(\theta)$$

量子概率运算

$$Int(\theta)=\psi_{B|S}\psi_{A|B}\psi^*_{G|S}\psi^*_{A|G}+\psi_{G|S}\psi_{A|G}\psi^*_{B|S}\psi^*_{A|B}$$

$$let: \quad z_1=\psi_{B|S}\psi_{A|B}=r_1e^{i\theta_1},\ z_2=\psi_{G|S}\psi_{A|G}=r_2e^{i\theta_2}$$

$$Int=z_1z_2^*+z_1^*z_2=r_1e^{i\theta_1}r_2e^{-i\theta_2}+r_1e^{-i\theta_1}r_2e^{i\theta_2}$$

$$=r_1r_2\left(e^{i(\theta_1-\theta_2)}+e^{i(\theta_2-\theta_1)}\right)=2r_1r_2\cos(\theta_1-\theta_2)$$

$$note, \quad r_1=\sqrt{\Pr(B|S)\Pr(A|B)},\ r_2=\sqrt{\Pr(G|S)\Pr(A|G)},$$

$$let \quad \theta=\theta_1-\theta_2, \quad we\ have:$$

$$Int(\theta)=2\sqrt{\Pr(B|S)\Pr(A|B)\Pr(G|S)\Pr(A|G)}\cos\theta$$

我们得到：

$$\Pr(A)=\Pr(B|S)\Pr(A|B)+\Pr(G|S)\Pr(A|G)+2\sqrt{\Pr(B|S)\Pr(A|B)\Pr(G|S)\Pr(A|G)}\cos\theta$$

量子全概率公式

量子概率与经典概率区别

经典全概率公式：

$$\Pr(A) = \Pr(B|S)\Pr(A|B) + \Pr(G|S)\Pr(A|G)$$

量子全概率公式：

$$\Pr(A) = \Pr(B|S)\Pr(A|B) + \Pr(G|S)\Pr(A|G)$$
$$+ 2\sqrt{\Pr(B|S)\Pr(A|B)\Pr(G|S)\Pr(A|G)}\cos\theta$$

- 因此，当θ=90度, 量子公式退化为经典公式，量子可以涵盖经典
- 量子比经典多出了自由参数θ，因此解释力度更强
- cos θ可以大于0也可以小于0，所以全概率可大可小

用量子概率解释实验结果

- 条件1：没有“好人”“坏人”的分类
  - $Pr(A)=|\psi(A)|^2=0.69$
- 条件2：在分类之后
  - $Pr(G|S)=0.17$, $Pr(A|G)=0.42$, $Pr(B|S)=0.83$, $Pr(A|B)=0.63$
  - 根据量子全概率公式：
  - $Pr(A)=Pr(G|S)Pr(A|G)+Pr(B|S)Pr(A|B)+Int(\theta)$

  $=0.17*0.42+0.83*0.63+Int(\theta)=0.59+Int(\theta)=0.69$

  得到:

  $(Pr(G|S)Pr(A|G)Pr(B|S)Pr(A|B))^{0.5}\cos(\theta)=0.05$，所以

  $\cos(\theta)=0.2564>0$

量子决策理论的缺点

- Θ仅仅是一个拟合参数，没有更多的认知科学意义；
- 是否可以通过Θ值进行预测？
- 证伪量子决策理论的实验？
  - 不同组被试是否可以得到不同的Θ？
  - Θ在什么条件下相同？

更多实验和解释

- 参看**Jerome R. Busemeyer**的幻灯 **QIP_Tutorial_Prob.pdf**

量子认知科学

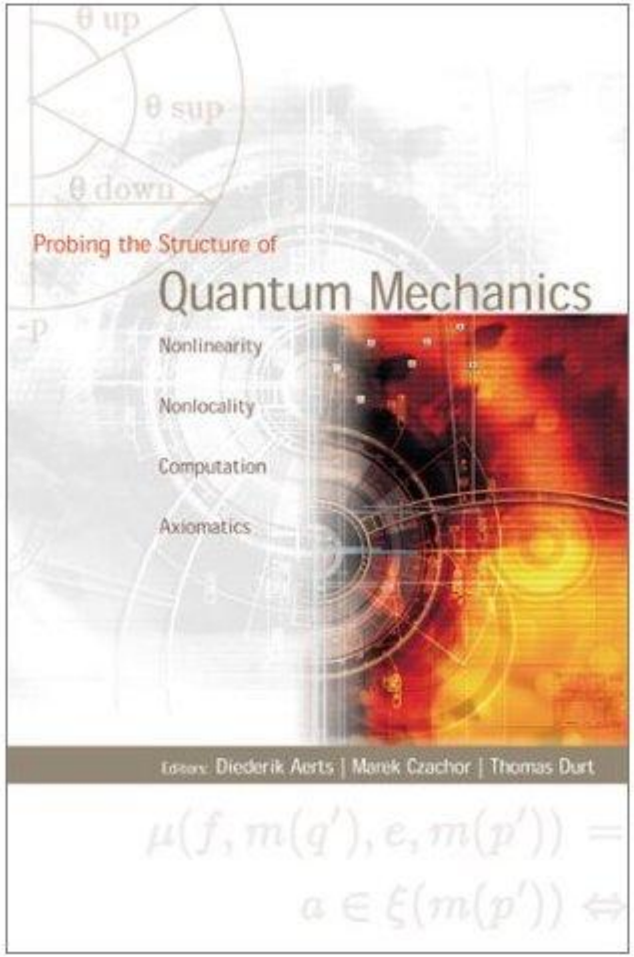
量子认知科学的两大学派

- 量子物理学派
  - 人脑中的量子物理
  - 代表人物：R.Penrose, Henry Stapp
- 量子数学学派
  - 量子认知
  - 量子决策

Diederik Aerts

- Leo Apostel Centre (CLEA), Brussels Free University (VUB), Krijgskundestraat 33, 1160 Brussels, Belgium.
- Began to publish papers on quantum structure since 1978

http://www.vub.ac.be/CLEA/aerts/


θ up
θ sup
θ down
-p
Probing the Structure of
Quantum Mechanics
Nonlinearity
Nonlocality
Computation
Axiomatics
Editors: Diederik Aerts | Marek Czachor | Thomas Durt
$\mu(f, m(q'), e, m(p')) =$
$a \in \xi(m(p')) \Leftrightarrow$

Andrei Khrennikov

- School of Mathematics and Systems Engineering, University of Växjö, S-35195, Sweden.
- <<Contextual Approach to Quantum Formalism>>

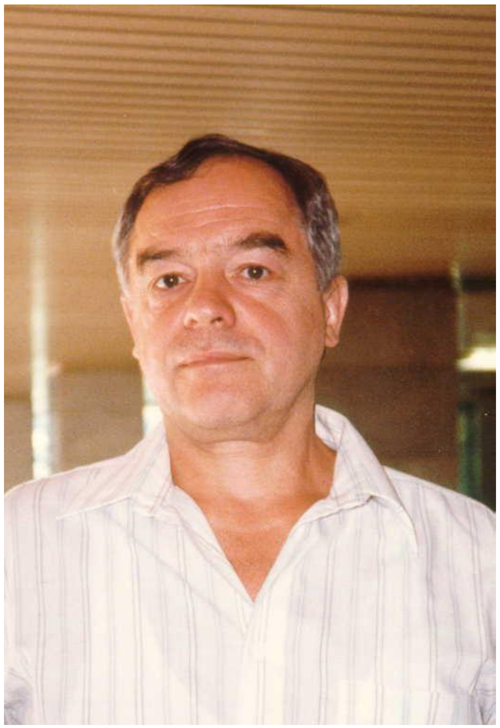
http://w3.msi.vxu.se/Personer/akhmasda/home.html /

Jerome R. Busemeyer

- Indiana University Psychological and Brain Sciences, Cognitive Science Program, Bloomington Indiana, 47405
- Decision Field Theory
- Journal of Mathematical Psychology 1990-present, Chief Editor 2005 to 2010

http://mypage.iu.edu/~jbusemey/home.html

V.I. Yukalov



- Joint Institute for Nuclear Research, Bogolubov Laboratory of Theoretical Physics, Dubna, Russia.
- Cooperate with D. SORNETTE

http://theor.jinr.ru/~yukalov/

我对量子决策理论的看法

- 观点新颖
- 哲学方向对头
- 非常稚嫩，根基不牢靠

亟待解决的问题

- 更严格的受控试验，量子概率在什么条件适用？
- 什么是共轭变量？
- 什么是认知系统的哈密顿？？？
- 创建基于信息的量子力学体系？